

Activités numériques

1)

$$A = \frac{1}{3} + \frac{5}{6} : \frac{2}{3}$$

$$A = \frac{1}{3} + \frac{5}{6} \times \frac{2}{3}$$

$$A = \frac{1}{3} + \frac{10}{18}$$

$$A = \frac{1}{3} + \frac{5}{9}$$

$$A = \frac{3}{9} + \frac{5}{9}$$

$$A = \frac{8}{9}$$

2)

$$B = 50\sqrt{45} - 3\sqrt{5} + 6\sqrt{125}$$

$$B = 50\sqrt{9 \times 5} - 3\sqrt{5} + 6\sqrt{25 \times 5}$$

$$B = 50\sqrt{9} \times \sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 6 \times \sqrt{25} \times \sqrt{5}$$

$$B = 50 \times 3 \times \sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 6 \times 5 \times \sqrt{5}$$

$$B = 150\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 30\sqrt{5}$$

$$B = (150 - 3 + 30)\sqrt{5}$$

$$B = 177\sqrt{5}$$

3) C en écriture scientifique :

$$C = \frac{5 \times 10^{-2} \times 7 \times 10^5}{2 \times 10^7}$$

$$C = \frac{5 \times 7}{2} \times \frac{10^{-2} \times 10^5}{10^7}$$

$$C = \frac{35}{2} \times \frac{10^3}{10^7}$$

$$C = 17,5 \times 10^{3-7}$$

$$C = 17,5 \times 10^{-2}$$

$$C = 1,75 \times 10^{-1} \times 10^{-2}$$

$$C = 1,75 \times 10^{-3} \quad (\text{Ecriture scientifique de } C)$$

Activités numériques 2

1)

$$D = (2x + 3)^2 + (2x + 3)(7x - 2)$$

$$D = [(2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2] + [2x \times 7x + 2x \times (-2) + 3 \times 7x + 3 \times (-2)]$$

$$D = [4x^2 + 12x + 9] + [14x^2 - 4x + 21x - 6]$$

$$D = 4x^2 + 12x + 9 + 14x^2 - 4x + 21x - 6$$

$$D = (4+14)x^2 + (12+21-4)x + 9-6$$

$$D = 18x^2 + 29x + 3$$

2)

$$D = (2x + 3)^2 + (2x + 3)(7x - 2)$$

$$D = (2x + 3)(2x + 3) + (2x + 3)(7x - 2)$$

$$D = (2x + 3)[(2x + 3) + (7x - 2)]$$

$$D = (2x + 3)[2x + 3 + 7x - 2]$$

$$D = (2x + 3)[2x + 7x + 3 - 2]$$

$$D = (2x + 3)(9x + 1)$$

3) J'utilise la forme factorisée : $D = (2x + 3)(9x + 1)$

$$\text{Quand } x = -4, \quad D = (2 \times (-4) + 3) \times (9 \times (-4) + 1)$$

$$D = (-8 + 3) \times (-36 + 1)$$

$$D = (-5) \times (-35)$$

$$D = 175$$

4) Résolution de : $(2x + 3)(9x + 1) = 0$.

Un produit est nul si et seulement si un des facteurs est nul.

$$\text{Donc : } 2x + 3 = 0 \quad \text{ou} \quad 9x + 1 = 0$$

$$\text{Soit : } 2x = -3 \quad \text{ou} \quad 9x = -1$$

$$\text{Soit : } x = -\frac{3}{2} \quad \text{ou} \quad x = -\frac{1}{9}$$

L'équation a deux solutions : $-\frac{3}{2}$ et $-\frac{1}{9}$

Activités numériques 3

- 1) Le nombre de personnes doit être un diviseur du nombre de sucettes (84) et du nombre de bonbons (147) à partager. Pour avoir un nombre maximum de personnes, il faut prendre le PGCD de 84 et 147.
Pour le calculer, utilisons l'algorithme d'Euclide

$$\begin{aligned}47 &= 84 \times 1 + 63 \\84 &= 63 \times 1 + 21 \\63 &= 21 \times 3 + 0\end{aligned}$$

Le dernier reste non nul, de l'algorithme d'Euclide est 21
donc
 $\text{PGCD}(84, 147) = 21$
D'où le nombre maximal de personnes est de 21.

- 2) On a : $84 = 21 \times 4$ et $147 = 21 \times 7$

d'où : chaque personne aura 4 sucettes et 7 bonbons

Activités numériques 4

- 1) En multipliant par 3 la 1^{ère} équation du système $\begin{cases} 8x + 3y = 39,5 \\ 7x + 9y = 50,5 \end{cases}$
on obtient : $\begin{cases} 24x + 9y = 118,5 \\ 7x + 9y = 50,5 \end{cases}$

Par une différence membre à membre, on obtient : $17x = 68$

$$\text{donc : } x = \frac{68}{17}$$

$$\boxed{x = 4} ;$$

En reportant cette valeur dans la 2^{ème} équation, on obtient : $7 \times 4 + 9y = 50,5$

$$\begin{aligned}\text{donc : } 9y &= 50,5 - 28 \\ 9y &= 22,5\end{aligned}$$

$$\text{donc } y = \frac{22,5}{9}$$

$$\text{soit } \boxed{y = 2,5}$$

- 2) Soient : x le prix d'un ticket pour adulte et y le prix pour un enfant.

La première affirmation se traduit par l'équation $8x + 3y = 39,5$

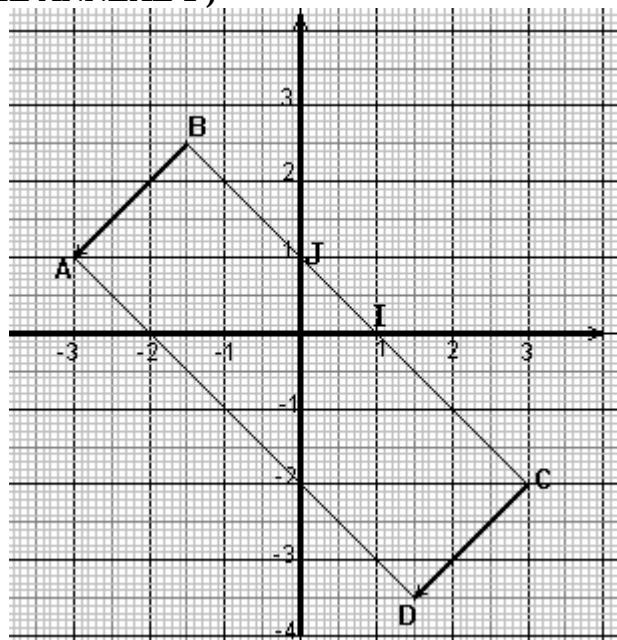
et la deuxième affirmation se traduit par l'équation $7x + 9y = 50,5$.

Nous sommes ramenés à la résolution du système traité à la première question,

le prix d'un ticket adulte est de 4 €, celui d'un ticket enfant se 2,5 €.

Activités géométriques 1

- 1) (SUR LA FEUILLE ANNEXE 1)



2) Montrons que $AC = \sqrt{45}$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$$

$$AC = \sqrt{(3 - (-3))^2 + (-2 - 1)^2}$$

$$AC = \sqrt{6^2 + (-3)^2}$$

$$AC = \sqrt{36 + 9}$$

$$\boxed{AC = \sqrt{45}}$$

3) Sachant que $AB = \sqrt{4,5}$ et que $BC = \sqrt{40,5}$ démontrons que ABC est un triangle rectangle.

D'une part : $AB^2 + BC^2 = (\sqrt{4,5})^2 + (\sqrt{40,5})^2 = 4,5 + 40,5 = \underline{45}$

D'autre part : $AC^2 = (\sqrt{45})^2 = \underline{45}$

nous avons donc : $AC^2 = AB^2 + BC^2$

Cette égalité prouve, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, que. le triangle ABC est rectangle en B

4) Le point D est l' image de C par la translation de vecteur. $\overrightarrow{BA}$ (Je place le point D. -voir ci-dessus)

5) Nature du quadrilatère ABCD :

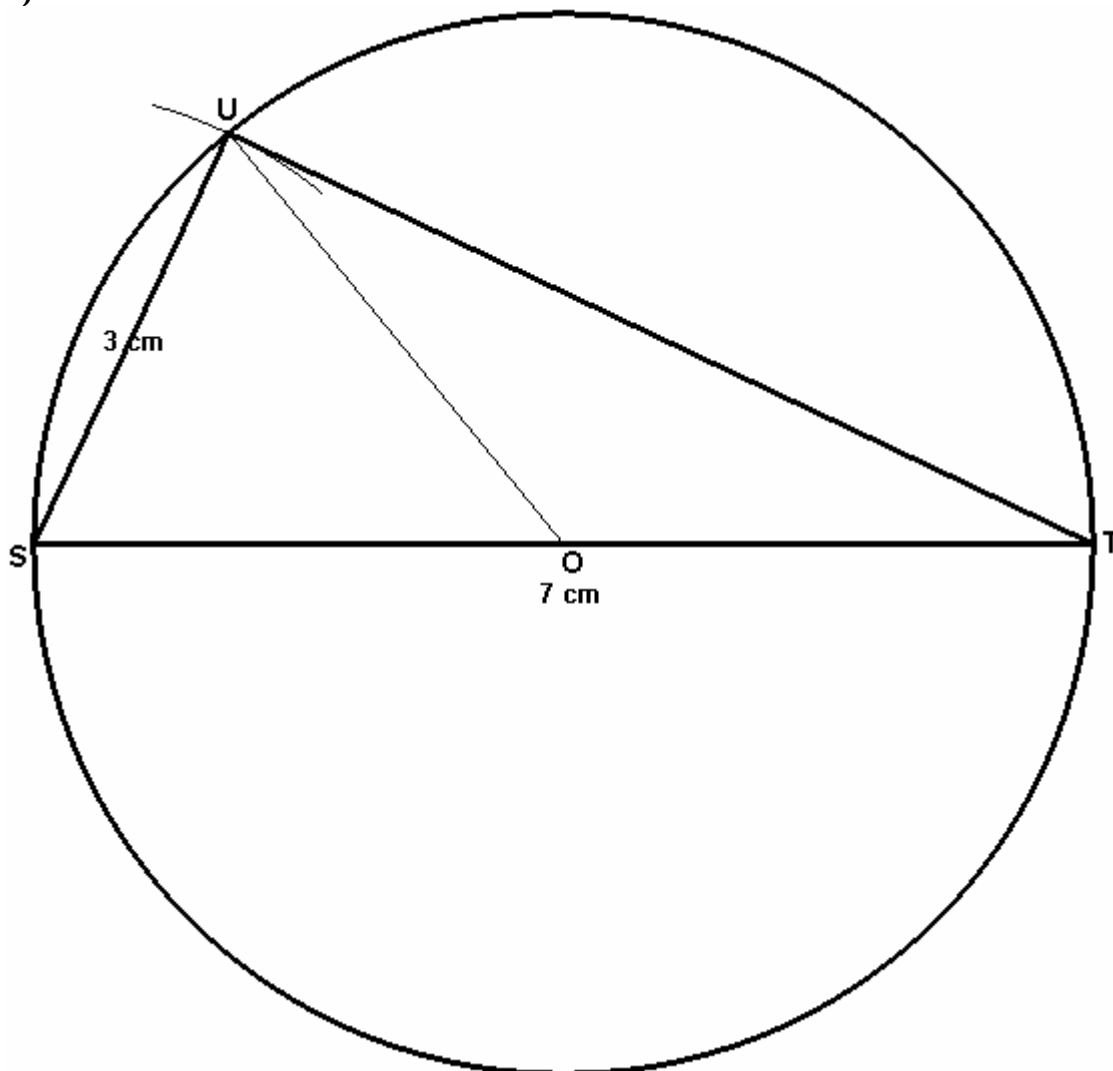
Par construction, $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$

donc le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

Comme ce parallélogramme ABCD a un angle droit en B, on déduit que ABCD est un rectangle.

Activités géométriques 2

1)



2)

Le cercle circonscrit au triangle STU a pour centre O le milieu de son côté [ST],
le triangle STU est donc rectangle en U.

3)

$$\sin \widehat{STU} = \frac{3}{7} \approx 0,429$$

On a :

$$\sin^{-1} 0,429 \approx 25,404^\circ$$

Donc $\widehat{STU} \approx 25,4^\circ$ (Valeur au dixième près.)

4)

Dans le cercle de centre O :

L'angle $\widehat{SOU}$ est l'angle au centre interceptant le même arc que l'angle $\widehat{STU}$,

Donc $\widehat{SOU}$ est le double de $\widehat{STU}$

$$\text{Soit : } \widehat{SOU} = 2 \times 25,4^\circ$$

$$\widehat{SOU} = 50,8^\circ$$

Activités géométriques 3

1) Montrons que $OB = 9$ cm.

Dans le triangle rectangle OAB, nous avons : $\tan \widehat{OAB} = \frac{OA}{OB}$

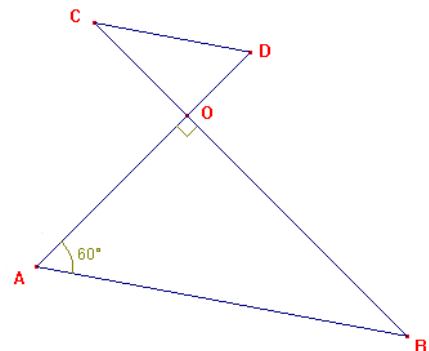
$$\text{C'est-à-dire : } \tan 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{OB}$$

D'autre part, on sait que : $\tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$$\text{On a donc : } \frac{3\sqrt{3}}{OB} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{soit : } \sqrt{3} OB = 3 \times 3\sqrt{3}$$

$$\text{soit } \sqrt{3} OB = 9\sqrt{3} \quad \text{Ce qui donne } \boxed{OB = 9 \text{ cm}}$$



2) Montrons que les droites (CD) et (AB) sont parallèles.

$$\text{On a d'une part : } \frac{OC}{OB} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad \text{et d'autre part } \frac{OD}{OA} = \frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$$

Ainsi

Les points C,O,B et les points D,O,A sont alignés dans un même ordre avec $\frac{OC}{OB} = \frac{OD}{OA}$

Cela prouve, d'après la réciproque du théorème de Thalès, que $\boxed{(CD) \text{ et } (AB) \text{ sont parallèles.}}$

Problème

Partie A

1) a) Calcul de EF.

On a :

- S, E, A alignés
- S, F, B alignés
- (EF) et (AB) sont parallèles,

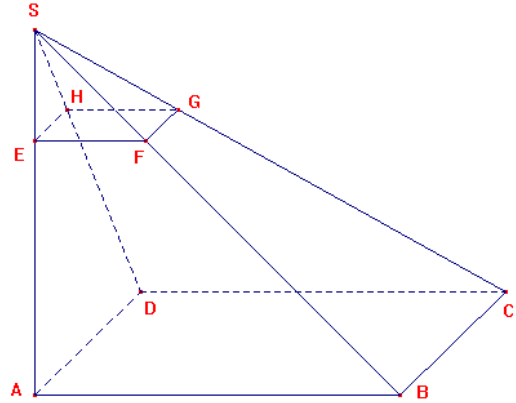
Donc d'après le théorème de Thalès : $\frac{SE}{SA} = \frac{EF}{AB}$

C'est-à-dire : $\frac{3}{12} = \frac{EF}{9}$

Donc : $12 EF = 3 \times 9$

D'où : $EF = \frac{27}{12}$

$EF = 2,25 \text{ cm}$



b) Calcul de SB.

Le triangle rectangle SAB étant rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore nous avons :

$$SB^2 = SA^2 + AB^2$$

Donc : $SB^2 = 12^2 + 9^2$

$$SB^2 = 144 + 81 = 225$$

d'où $SB = \sqrt{225}$

$SB = 15 \text{ cm}$

2)

a) Calcul du volume de la pyramide SABCD.

$$V_{SABCD} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$$

$$V_{SABCD} = \frac{AB^2 \times SA}{3} = \frac{9^2 \times 12}{3} = \frac{81 \times 12}{3} = \frac{972}{3}$$

$V_{SABCD} = 324 \text{ cm}^3$

b) Le coefficient de réduction permettant de passer de la pyramide SABCD à la pyramide SEFGH.

est égal à : $\frac{SE}{SA} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.

c) Le rapport des volumes est le cube du rapport de réduction :

donc : $V_{SEFGH} = \left(\frac{1}{4}\right)^3 \times V_{SABCD}$

$$V_{SEFGH} = \frac{1}{64} \times 324 = 5,0625$$

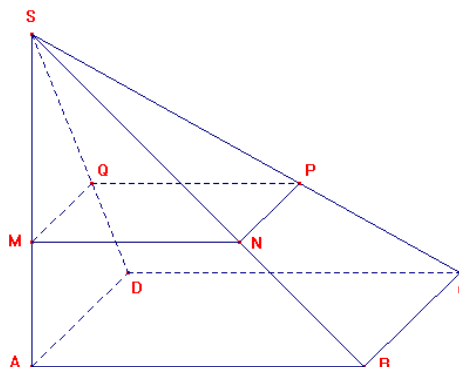
$V_{SEFGH} \approx 5 \text{ cm}^3$

Partie B

1) Montrons que $MN = 0,75 x$.

On a :

- S, M, A alignés
- S, N, B alignés
- (MN) et (AB) alignés



Donc, d'après le théorème de Thalès $\frac{SM}{SA} = \frac{MN}{AB}$

Soit $\frac{x}{12} = \frac{MN}{9}$

Donc : $12 MN = 9x$

$$MN = \frac{9x}{12}$$

$$MN = 0,75 x$$

2) Soit $A(x)$ l'aire du carré MNPQ en fonction de x .

MNPQ est un carré de côté [MN]

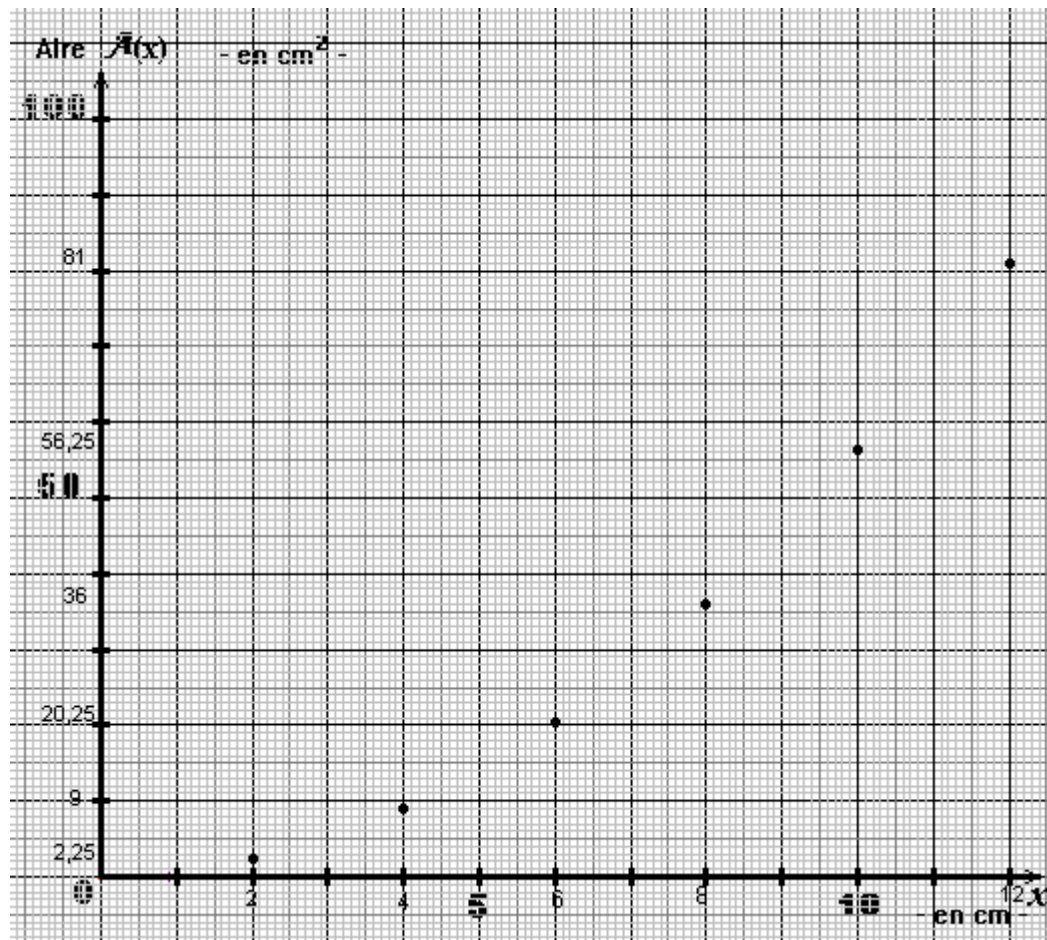
Donc $A(x) = MN^2 = (0,75x)^2 = 0,5625 x^2$

3) On complète le tableau (**SUR LA FEUILLE ANNEXE 2**)

x : longueur SM (en cm)	0	2	4	6	8	10	12
$A(x)$: aire du carré MNPQ (en cm^2)	0	2,25	9	20,25	36	56,25	81

4) (**SUR LA FEUILLE ANNEXE 2**)

Je place dans un repère sur papier millimétré (1 cm = 1 unité en abscisses, 1 cm = 10 unités en ordonnées) les points d'abscisse x et d'ordonnée $A(x)$ données par le tableau. (voir ci-dessous)



5) L'aire de MNPQ n'est pas proportionnelle à la longueur SM car les points ne sont pas alignés.